PROGRAMA

João Sousa Andrade

28 de Maio de 2004

Resumo

A disciplina de Macroeconomia Aplicada vai funcionar neste Ano Lectivo de 2003/04 com 30 horas. A primeira parte da disciplina será leccionada por João Sousa Andrade e a segunda parte por Pedro Miguel Bação. O programa aqui apresentado refere-se à primeira parte (15 horas). A segunda parte será sobretudo destinada ao estudo de GMM e VAR's. Em ambas as partes o livro "ponto de partida" é de Favero (2001). Os estudantes são aconselhados a consultar a página deste autor para a obtenção de material adicional e de apoio ao livro.

1 Pontos da Primeira Parte do Programa

1. O que são os nossos modelos macroeconómicos ?
2. O modelo clássico da econometria: as suas hipóteses.
3. A natureza do processo estocástico.
4. Regressões sem sentido.
5. Testes a confirmar uma análise numa investigação aplicada.
6. As nossas séries da economia e a econometria.
7. Valores transitórios e permanentes em economia.
8. A importância das estacionaridade das séries em economia e o significado da presença de tendências deterministas e estocásticas.
9. Testes mais usuais de raízes unitárias (Dickey-Fuller, Phillips-Perron, HEGY, V-ratio, Perron de alterações estruturais e KPSS).
10. Co-integração. MCE e co-integração. Hendry, Engle-Grander e Johansen
11. As diferentes abordagens: Cowles, LSE e VAR's.

1.1 Apoio informático

O programa que irá ser utilizado é o RATS. Este programa usará os diferentes procedimentos disponíveis na página do seu proprietário (http://www.estima.com). O procedimento de Johansen [1] para o RATS [2] será também utilizado. A adaptação do Cap.2 de Favero (2001) para o RATS será também disponibilzada[3].

1.2 Apoio bibliográfico

Para além das referências já indicadas será usado como apoio às aulas o texto disponibilizado em http://www2.fe.uc.pt/ jasa/estudos/econometria2002.pdf [4]. Os estudantes disporão também de um caderno que incluirá um razoável número de testes de raízes unitárias.

2 Avaliação

Os estudantes são incentivados a uma avaliação na primeira parte com base em dois trabalhos. O primeiro consistirá na escolha entre uma das seguintes apresentações:

a) sobre a metodologia da Cowles e a sua crítica

b) sobre um teste escolhido (e acordado) de raízes unitárias (para além dos convencionais)

e o segundo constará de um pequeno modelo (C-I), onde a escolha deve recair sobre uma das seguintes possibilidade

a) Preços, Produto, Oferta de Moeda e Taxa de Câmbio

b) Consumo, Oferta de Moeda (sentido mais alargado possível), Produto e Taxa de Desemprego

para estudar, sobretudo, o comportamento dos preços (primeiro modelo) ou do consumo (segundo modelo). Cada modelo será aplicado a dois países europeus retirados da base da AMECO[5] e do Anexo Estatístico da publicação *European Economy*[6].

3 Sumário dos Pontos do Programa

3.1 O que são os nossos modelos macroeconómicos ?

- Econometria - Macro Aplicada - Software de cálculo

[1] Johansen (1995).
[2] Hansen e Juselius (1995) e Bação (1999).
[3] O que inclui os ficheiros cap2.prg e usuk.rat e lszusa.rat.
[4] Andrade (2003).
[5] http://europa.eu.int/comm/economy_finance/indicators/annual_macro_economic_database/ameco_en.htm.
[6] http://europa.eu.int/comm/economy_finance.

- Análise económica - fundamentos dos modelos
- Lógica - quantificação e disponibilidade de dados[7]
  1. significância económica
  2. fundamentação económica
- Refutacionismo e indutivismo
- Falácia da "regressão para a média"

3.2 O modelo clássico da econometria: as suas hipóteses

- Linearidade
- Exogeneidade estricta $E\left[\epsilon_t/X\right]=0$
  1. $E\left[\epsilon_t\right]=0$
  2. $E\left[x_{j,k}\epsilon_t\right]=0$, variáveis independentes são ortogonais com o erro.
  3. $Cov\left(\epsilon_t, x_{j,k}\right)=0$
  4. 3. demasiado forte; não se verifica com AR!
- $R\left[X\right]=k$, não multicolinearidade
- Homocedasticidade e não auto-correlação dos erros, $E\left[\epsilon_t^2/X\right]=\sigma^2$ e $E\left[\epsilon_i\epsilon_j/X\right]=0$
- $\epsilon/X \sim N\left(0,\sigma^2\cdot I_N\right)$

3.3 A natureza do processo estocástico

- Taxa de inflação nos 50 anos que precederam a IGG, ..., e hoje ?
- Diferentes "olhos" para o produto e a taxa de juro
- Amostras de distribuições universais?
- Z fracamente estacionário
  1. $E\left[Z_t\right]$ não depende de t
  2. $E\left[\left(Z_t-E\left[Z_t\right)^2\right)\right]<\infty$
  3. $Cov\left(Z_t, Z_{t-k}\right)=\gamma_k$, $\forall t$
- Como saber ? Cálculo simples: duas amostras. μ e σ^2 ? Comportamento de $\rho_j\to 0$, $j>1$, com $\rho\sim N\left(0,\sigma_\rho^2\right)$
- Ergodicidade
- Não ergodicidade e indutivismo

[7] McCloskey e Ziliak (1996) e Becker e Greene (2001).

3.4 Regressões sem sentido

- Yule (1926)

  1. sem significado económico
  2. características estatísticas: falsas relações. Y_t e X_t não estacionárias: R^2 elevados, $D-W$ baixos, $X' \cdot X \cdot \frac{1}{N}$ não converge (não eficiência)

-
$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot t + \varepsilon_t \\ X_t &= \beta_1 + \beta_2 \cdot t + \mu_t \end{aligned}$$

  com $Y_t - \alpha_1 = \widetilde{Y_t}$ e $X_t - \beta_1 = \widetilde{X_t}$

$$\begin{aligned} E\left[\widetilde{Y_t}\right] &= \alpha_2 \cdot t \\ E\left[\widetilde{X_t}\right] &= \beta_2 \cdot t \end{aligned}$$

  e

$$E\left[\widetilde{Y_t}\right] = \frac{\alpha_2}{\beta_2} \cdot E\left[\widetilde{X_t}\right].$$

-
$$\begin{aligned} Y_t &= Y_{t-1} + \alpha_2 + \varepsilon_t \\ X_t &= X_{t-1} + \beta_2 + \mu_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_0 + \alpha_2 + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= Y_0 + \alpha_2 \cdot (2) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \\ & \ldots \\ Y_t &= Y_0 + \alpha_2 \cdot t + \upsilon_t \quad (\upsilon_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i) \end{aligned}$$

- Valores sem sentido: ouliers. Médias móveis ? Eliminação ?

3.5 Testes a confirmar uma análise numa investigação aplicada

- Jarque-Bera: $N\left(\frac{Ku^2}{24} + \frac{Sk^2}{6}\right) \sim \chi^2(2)$

- LM(4): $\hat{\mu}_t = \beta_1^* + \beta_2^* X_{2t} + ... + \beta_k^* X_{kt} + \gamma_1 \hat{\mu}_{t-1} + \gamma_2 \hat{\mu}_{t-2} + \gamma_3 \hat{\mu}_{t-3} + \gamma_4 \hat{\mu}_{t-4}$, com $N \cdot R^2 \sim \chi_4^2$

- ARCH(r): $\overset{\wedge}{\mu}{}_t^2 = \beta_1^* + \beta_1^* \overset{\wedge}{\mu}{}_{t-1}^2 + ... + \beta_r^* \overset{\wedge}{\mu}{}_{t-r}^2 + \nu_t^*$, com $N \cdot R^2 \sim \chi_r^2$

- RESET: $Y_t = \beta_1^* + \beta_2^* X_{2t} + ... + \beta_k^* X_{kt} + \beta_{k+1}^* \hat{Y}{}_t^2 + \nu_t^*$, com $N \cdot R^2 \sim \chi_1^2$

- Critérios de Informação
  1. $see = \sqrt{\dfrac{RSS}{n-k}}$
  2. $AIC = n \cdot \log(RSS) + 2 \cdot k$
  3. $BIC = n \cdot \log(RSS) + k \cdot (\log(n))$

- Períodos críticos: teste de Chow. Restrição a coeficientes: LM, Wald ou teste LR.

3.6 A importância das estacionaridade das séries em economia e o significado da presença de tendências deterministas e estocásticas

- Acompanhamos o Cap. 2 de Favero (2001). Referência aos cálculos efectuados no RATS com o ficheiro cap2.prg.

- Série temporal. Variáveis aleatórias. Processos estocásticos. Distribuição conjunta.

- Dados macro para UK e USA de 1959:1 a 1998:1.

- Fig. 2.1. Produto USA e variável artificial com mesma média e desvio-padrão.

- Diferenças: persistênica e recorrência de movimentos. Realidade mais complexa. Combinação de AR e MA. (Distinção na configuração gráfica de AAR e MA).

- Fig. 2.2. Processo auto-regressivo. Consideráveis oscilações.

- Parâmetros de densidade (momentos): não condicionais e condicionais.

- Caso AR1 (estacionaridade e não estacionaridade)
  - $X_t = \rho_0 + \rho_1 \cdot X_{t-1} + \epsilon_t$, $\epsilon_t \sim N.I.D.\,(0, \sigma_\epsilon^2)$
  - $E\left[X_t\right] = E\left[X_{t+h}\right] = \dfrac{\rho_0}{1-\rho_1}$, $E\left[X_t^2\right] = E\left[X_{t+h}^2\right] = \dfrac{\sigma_\epsilon^2}{1-\rho_1^2}$ e $Cov\left(X_t, X_{t-j}\right) = \rho_1^j \cdot Var\left(X_t\right)$.
  - $|\rho_1| = 1$, não estacionaridade.

- Fig. 2.3: X_1, $E\left[X\right] \rightarrow 0$, com $\rho_0 = 0$, $\rho_0 = 0,7$ e $\rho_0 = 0,8$. O mesmo com X_2. Com X_3 afasta-se!

- Algebra dos desfasamentos.
  - $L \cdot X_t = X_{t-1}$ e $L^h X_t = X_{t-h}$

- $\phi_{(k)}(L) \cdot \epsilon_t = \left(1 + \phi_1 \cdot L + \phi_2 \cdot L2 + ... + \phi_k \cdot L^k\right) \cdot \epsilon_t$

- **ARMA**: $c(L) \cdot X_t = a(L) \cdot \epsilon_t$: X_t estacionário quando as raízes de $c(L)$ caem fora do círculo unitário.

- **Tendência determinista e estocástica**. Não estacionaridade como indicador de tendência?

  - r.w.: $x_t = a_0 + x_{t-1} + \epsilon_t$. Cálculo recursivo: $x_t = x_0 + a_0 \cdot t + \sum_{i=0}^{t} \sigma_{t-1}$. Tendência determinista, $a_0 \cdot t$, e tendênica estocástica, $\sum_{i=0}^{t} \sigma_{t-1}$.
  - estacionaridade em tendência: $x_t = a_0 + \beta \cdot t + \epsilon_t$. Tendência determinista apenas.
  - integração para obter estacionaridade
    - ∗ tendência determinista não tem memória
    - ∗ variável integrada tem memória infinita

- Fig. 2.4: Tendência determinista (DT) e tendência estocástica (ST1 e ST2).

- **Modelo Linear e Persistência**. $\mathbf{Y}_t = \mathbf{X} \cdot \beta + \epsilon_t$, $E[\epsilon/X] = 0$. Exemplo: $y_t = a_0 + a_1 \cdot y_{t-1} + \epsilon_t$, com $a_1 \neq 0$; $E[\epsilon_t/y_{t-1}] = 0$, mas $E[\epsilon_{t-1}/y_{t-1}] \neq 0$.Importante.

- Simulação de $y_t = 1 + 0,9 \cdot y_{t-1} + \epsilon_t$. Fig. 2.5: estimação de a_1 enviesada em amostras pequenas: $E[a_1] = a_1 \cdot \left(1 - \frac{2}{N}\right)$. Dependência importante do número de observações.

- **Tendências Estocásticas e Regressão Espúria**

  - $Y \sim I(0)$ e $X \sim I(1)$. $Y_t = \alpha_0 + \alpha 1 \cdot X_t$, $\alpha_1 \rightarrow 0$ com N grande. Propriedades assintóticas da econometria não se aplicam, ..., a menos que as tendências sejam deterministas.

- Table 2.2 (p.45). $C_t^{US} = \beta_0 + \beta_1 \cdot Y_t^{UK}$: R^2 elevado; regressão espúria.

- Table 2.3 (p.45) C_t^{US} e C_t^{UK} : AR1. Cada variável aproximadamente RW (l.95 do ficheiro *.prg) .

  -
$$\begin{cases} C_t^{US} & = a_0 + C_{t-1}^{US} + \epsilon_t \quad com \quad \epsilon_t \sim N.I.D.\left(0, \sigma_\epsilon^2\right) \\ C_t^{UK} & = a_1 + C_{t-1}^{UK} + \epsilon_t^* \quad com \quad \epsilon_t \sim N.I.D.\left(0, \sigma_\epsilon^2\right) \end{cases}$$

–
$$\begin{cases} C_t^{US} & = & C_0^{US} + a_0 \cdot t + \sum_{i=0}^{t-1} \epsilon_{t-i} \\ \\ C_t^{UK} & = & C_0^{UK} + a_1 \cdot t + \sum_{i=0}^{t-1} \epsilon_{t-i}^* \end{cases}$$

– $C_t^{US} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot Y^{UK}$ resulta da tendência determinista. D-W reduzidos: Sargan & Bhargava, $D - W^* \simeq 2 \cdot (1 - \rho)$

- Fig. 2.6 (p.47).
  a) Ilusão de boa estimação
  b) ... erros: movimentos sistemáticos
- Testes de RU e estacionaridade, Maddala e Kim (1998): não precisamos de mais testes RU!
- **Representação estacionária de série não estacionária**
- Beveridge & Nelson. ARIMA: componente permanente + componente temporária
- $x_t \sim I(1)$: decomposição de Wold. $\Delta x_t = \mu + C(L) \cdot \epsilon_t$, $\epsilon_t \sim N.I.D.(0, \sigma^2)$, $C(L)$, ordem q
- $\Delta x_t = \mu + C^*(L) \cdot \Delta\epsilon_t + C(1) \cdot \epsilon_t$. Integrando: $x_t = C_t + TR_t$
- Tendência estocástica: $TR_t = TR_{t-1} + \mu + C(1) \cdot \epsilon_t$
- Identificar o ARIMA, $(\mu, C(1), ?)$; $TR0 = \bar{Z}_0$, gerar TR_t; $C_t = x_t - TR_t$
- Inovações na CP e CT estão correlacionadas negativamente. CP é mais volátil que a efectiva (total) !
- Outras relações CP e CT: otros valores. BN e resultados não únicos.
- **Hodrick-Prescott**
- Minimixar: $\sum_{t=1}^{N} (x_t - TR_t)^2 + \lambda \cdot \sum_{t=2}^{N-1} \left[(TR_{t+1} - TR_t)^2 - (TR_t - TR_{t-1})^2 \right]$
- λ: parâmetro de suavidade e relação com duração do ciclo. Sugestões:

A	100	400
T	400	1600

- Fig. 2.8, p. 55. Volatilidade maior do BN, TR_t.

3.7 Testes mais usuais de raízes unitárias (Dickey-Fuller, Phillips-Perron, HEGY, V-ratio, Perron de alterações estruturais e KPSS)

- Referências principais: Hamilton (1994) e Maddala e Kim (1998)
- **Variável estacionária**
- $Y_t = \mu + \psi(L) \cdot \epsilon_t$

  a) média não condicionada, $E[Y_t] = \mu$

  b) média condicionada, $E[Y_t] = E[Y_{t+h}] = \mu$

- Frequência em economia. **Discussão**: taxas de juro reais e nominais.
- As nossas variáveis

  a) $Y_t = \mu + \delta \cdot t + \psi(L) \cdot \epsilon_t$, tendência determinista

  b) $(1 - L) Y_t = \mu + \delta + \psi(L) \cdot \epsilon_t$, $Y_t \sim I(1)$,tendência determinista e estocástica

  c) *Acid test*: previsão! $MSE = \left(Y_{t+s} - \hat{Y}_{t+s/t}\right)^2$. I(0): $MSE < \infty$; I(1): MSE crescente com s.

  - PIB. $\phi(L) \cdot Y_t = 0,5 + \epsilon_t$ ou $Y_t = \dfrac{1}{\phi(L)} \cdot 0,5$. Com $\phi(L) = 1 - 0,3 \cdot L - 0,12 \cdot L2 + 0,11 \cdot L^3 + 0,08 \cdot L^4$
  - Choque. $\psi(1) = \dfrac{1}{\phi(1)} \cdot 0,5 = 1,3 \cdot 0,5$
  - Inovações persistentes.

- <u>Testes D-F e P-P</u>
- Referências principais: Dickey e Fuller (1979), Phillips (1987) e Phillips e Perron (1988)
- $Y_t = \rho \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t$, com $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$, $Y_{t=0} = 0$.
- $|\rho| < 1$, e N suficientemente grande $\sqrt{N} \cdot \left(\hat{\rho}_n - \rho\right) \sim N(0, (1 - \rho^2))$. $\rho = 1$, distribuição reduzida a 1 ponto.
- $N \cdot \left(\hat{\rho} - 1\right) = \dfrac{\frac{1}{N} \cdot \sum\limits_{t=1}^{n} (Y_{t-1} \cdot Y_t)}{\frac{1}{N^2} \cdot \sum\limits_{t=1}^{N} Y_{t-1}^2} \sim \dfrac{\chi^2}{?}$
- $t_n = \dfrac{\hat{\rho} - 1}{\hat{\sigma}_\rho}$. $\rho = 1$: tabelas não convencionais!

- Phillips-Perron (Z-test) e T-Test.
- **a)** Série com drift. $Y_t = \phi + \mu_t$ com $\mu_t = \rho \cdot \mu_{t-1} + \epsilon_t$

$$\begin{aligned} Y_{t-1} &= \phi + \mu_{t-1} \\ Y_t - \rho \cdot Y_{t-1} &= \phi \cdot (1-\rho) + \mu_t - \rho \cdot \mu_{t-1} \end{aligned}$$

  e assim $Y_t = \phi \cdot (1-\rho) + \rho \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t$. Teste a efectuar: $Y_t - Y_{t-1} = \phi \cdot (1-\rho) + (\rho - 1) \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t$. Ou de forma aplicada $\Delta Y_t = \phi \cdot (1-\rho) + (\rho-1) \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t$. Problema AR(k) ? Diferentes sugestões.

  b) Série com drift e tendência. $Y_t = \phi + \gamma \cdot t + \mu_t$ com $\mu_t = \rho \cdot \mu_{t-1} + \epsilon_t$. (...) $\Delta Y_t = [\phi \cdot (1-\rho) + \rho \cdot \gamma] + \gamma \cdot (1-\rho) \cdot t + (\rho - 1) \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t$

- Como identificar ? Base: teste t, $Z - test$ e F conjunto. Ponto de partida: drift com tendência $\rightarrow$, drift, $\rightarrow$ sem drift.
- HEGY[8]. Referência: S. Hylleberg e Yoo (1990).
  - $A(L) \cdot Y = \epsilon_t$
  - $(1 - \alpha_1 \cdot L) \cdot (1 + \alpha_2 \cdot L) \cdot (1 - \alpha_3 \cdot i \cdot L) \cdot (1 + \alpha_4 \cdot i \cdot L) \cdot Y_t = \epsilon_t$
  - Aproximação em série de Taylor ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$): $(1 - L^4) \cdot Y_t = \gamma_1 \cdot (1 + L + L^2 + L^3) \cdot Y_{t-1} - \gamma_2 \cdot (1 - L + L^2 - L^3) \cdot Y_{t-1} + (1 - L^2) \cdot (\gamma_5 - \gamma_6 \cdot L) \cdot Y_{t-1} + \epsilon_t$
  - $(1 - L^4) \cdot Y_t = \gamma_1 \cdot Y_{1,t-1} - \gamma_2 \cdot Y_{2,t-1} + \gamma_5 \cdot Y_{3,t-1} - \gamma_6 \cdot Y_{3,t-2} + \epsilon_t$
  - ... + variáveis deterministas e sazonias ...

  i) $\gamma_1 = 0$, RU não sazonal, $[(Y_t - Y_{t-1}) \sim I(0)]$

  ii) $\gamma_2 = 0$, RU semi-anual, $[(Y_t - Y_{t-2}) \sim I(0)]$

  iii) $\gamma_5 = \gamma_6 = 0$, RU anual $[(Y_t - Y_{t-4}) \sim I(0)]$

  .

- V-ratio: efeito temporal de inovações. Referência: Cochrane (1988) e Campbell e Mankiw (1987).
  - $Y_t = \alpha + \beta \cdot t$ e assim $\Delta Y_t = \beta$
  - $\Delta Y_t = \alpha + \mu_t$ com $\mu_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \cdot \varepsilon_{t-j}$.

    $Y \sim I(0), \Rightarrow \lim_{s \to \infty} \dfrac{\partial Y_{t+s}}{\partial \varepsilon_t} = \psi(1),\ \text{com } \psi(1) = 0$

[8] S. Hylleberg, R. Engle, W. Granger and B. Yoo

- $Y_{t+s} - Y_t = \alpha \cdot s + \underbrace{\mu_{t+s} + \mu_{t+s-1} + ... + \mu_{t+1}}_{\text{erros acumulados}}$
  Variância: $\hat{J}_N(s) = \dfrac{\sum\limits_{t=0}^{n-s} (Y_{t+s} - Y_t - \hat{\alpha} \cdot s)^2}{N}$
  $lim_{s\to\infty} \frac{1}{s} \cdot J(s) = \sigma^2 \cdot [\psi(1)]^2$
  Simbologia: $A(1) = \psi(1)$ e $V(k) = J(s)$.

- Processos AR simples.
  - $\alpha(L) \cdot X_t = \mu + \epsilon_t$
    $X_t = \dfrac{\mu}{\alpha(L)}$. Valor de $\alpha(1)$?

- Perron e alterações estruturais. I(0) en tendência com ruptura quando ADF não exclui RU. Perron (1989) e Perron (1997).

- Alteração da intersecção
  - $Y_t = \mu + \theta \cdot DU_t + \beta \cdot t + \delta \cdot DTB_t + \alpha \cdot Y_{t-1} + \sum\limits_{i=1}^{k} c_i \cdot \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$
    $DU_t = 0$ para $t \leq TB$ e $DU_t = 1$ para $t > TB$
    $DTB_t = 1$ para $t = TB + 1$, $DTB_t = 0$ para $t > TB + 1$ e $DTB_t = 0$ para $t < TB$

- Alteração na intersecção e inclinação
  - $Y_t = \mu + \theta \cdot DU_t + \beta \cdot t + \gamma \cdot DT_t + \delta \cdot DTB_t + \alpha \cdot Y_{t-1} + \sum\limits_{i=1}^{k} c_i \cdot \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$
    (... idem) e
    $DT_t = 0$ para $t \leq TB$ e $DT_t = t - TB$ para $t > TB$

- Alteração na inclinação sem descontinuidade da curva
  - $Y_t = \mu + \beta \cdot t + \gamma DT_t + \widetilde{Y}_t$
  - $\widetilde{Y}_t = \alpha \cdot \widetilde{Y}_{t-1} + \sum\limits_{i=1}^{k} c_i \cdot \Delta\widetilde{Y}_{t-i} + \epsilon_t$
    $DT_t = 0$ para $t \leq TB$ e $DT_t = t - TB$ para $t > TB$.

- Discussão: qual o processo de ruptura escolhido? Processo da sua confirmação.

- KPSS[9]. Hipótese nula de estacionaridade. Schmidt e Shin (1992)
  - $y_t = \beta \cdot t + r_t + \mu_t$,
    $r_t = r_{t-1} + \epsilon_t$,
    $\epsilon_t \sim N.I.D.(0, \sigma^2_\epsilon)$, $\mu \sim I(0)$ e

[9] D. Kwiatkowski; P. C. B. Phillips; P. Schmidt and S. Shin.

- $r_{t(=0)} = \bar{r_0}$; $\sigma_\epsilon^2 = 0 \Rightarrow r_t = r_{t-1} = \bar{r_0}$, e passamos a:

- $y_t = r_0 + \beta \cdot t + \mu_t$
  $y_t = r_0 + \mu_t$, $\beta = 0$
- Questão: $\sigma_\epsilon^2 = 0$?
- $KPSS = \frac{1}{N^2} \cdot \frac{\sum\limits_{t=1}^{N} S_t^2}{\widehat{\sigma}^2}$
  $\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum\limits_{t=1}^{N} (\widehat{e}_t)^2 + \frac{2}{N} \cdot \sum\limits_{s=1}^{l} \left(1 - \frac{s}{1+l}\right) \cdot \sum\limits_{t=s+1}^{N} \widehat{e}_t \cdot \widehat{e}_{t-s}$

- **Conjunto de exemplos de séries simuladas.**

3.8 Co-integração. MCE e co-integração. Hendry, Engle-Grander e Johansen

. Aninda Banerjee e Hendry (1993) e Johansen (1995)

- Exemplos económicos. Equilíbrio e ajustamento.

  i. P.P.C.
  ii. Pprocura de moeda, Hoffman e Rasche (1996)
  iii. Lei de Wagner

- As práticas de Hendry, Engle-Granger e Johansen

  i. Do geral ao específico. Ultra-simplificação e perda da interdependência ?
  ii. Representação multivariada

- Equivalência MCE/C-I, Engle e Granger (1987)

  1.
  $$\begin{aligned}
  \Delta y_t &= \beta_{10} + \lambda_1 \cdot (y_{t-1} - \beta_{11} \cdot z_{t-1}) + \beta_{12} \cdot \Delta y_{t-1} + \beta_{13} \cdot \Delta z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \\
  \Delta z_t &= \beta_{20} + \lambda_2 \cdot (y_{t-1} - \beta_{21} \cdot z_{t-1}) + \beta_{22} \cdot \Delta y_{t-1} + \beta_{23} \cdot \Delta z_{t-1} + \varepsilon_{zt}
  \end{aligned}$$

  2. significado de λ_1 e λ_2 e β_{11} e β_{21}
  3.
  $$\Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{m}_0 + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{M}_2 \cdot \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t$$

  ou

  $$\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{x}_{t-1} = \Delta \mathbf{x}_t - \mathbf{m}_0 - \mathbf{M}_2 \cdot \Delta \mathbf{x}_{t-1} - \varepsilon_t$$

4. Membro direito $\sim I(0)$: $\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{x}_{t-1} \sim I(0)$; $\mathbf{x} \sim CI(1,1)$; $\mathbf{M_1} = 0$, VAR com $I(0)$

- C-I à Engle-Granger

i. Dois passos

ii. Método não linear: equação simples ou sistema ?

iii. Mais de duas variáveis ?

- Johansen e análise multivariada

1. $\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t$ (Lags=1)
ou
$\Delta\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t =$
$(\mathbf{A}_1 - \mathbf{I}) \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t$
finalmente
$\Delta\mathbf{x}_t = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t = ... = \mathbf{A_0} + \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \varepsilon_t$

2. $R(\mathbf{\Pi})$? Vector de C-I e combinações lineares.

3.
$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x}_{t-2} + ... + \mathbf{A}_p \cdot \mathbf{x}_{t-p} + \varepsilon_t$$
(...)
$$\Delta\mathbf{x}_t = \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Pi}_i \cdot \Delta\mathbf{x}_{t-i} + \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{x}_{t-p} + \varepsilon_t$$
com $\mathbf{\Pi} = -\left(\mathbf{I} - \sum_{i=1}^{p} \mathbf{A}_i\right)$ e $\mathbf{\Pi}_i = -\left(\mathbf{I} - \sum_{j=1}^{i} \mathbf{A}_j\right)$

4. $R(\mathbf{\Pi}) = 0$: VAR com $\mathbf{\Delta x} \sim I(0)$ e $R(\mathbf{\Pi}) = k$: $\mathbf{x} \sim I(0)$

5. $\lambda = 0 \Rightarrow \ln(1 - \lambda_1)$
$0 < \lambda_i \Rightarrow \ln(1 - \lambda_1) < 0$; ? $(1 - \lambda_1) \neq 1$
$\lambda_{traço}(r) = -n \cdot \sum_{i=r+1}^{k} \ln\left(1 - \hat{\lambda}_i\right)$, $r \leq$
$\lambda_{\max}(r, r+1) = -n \cdot \ln\left(1 - \hat{\lambda}_{r+i}\right)$, $(r, r+1)$

6. Restriçãode constante no vector de C-I
$LR = -N \cdot \sum_{i=r+1}^{k} \left[\ln\left(1 - \hat{\lambda}_i^{*}\right) - \ln\left(1 - \hat{\lambda}_i\right)\right] \sim \chi^2(k-r)$
$* \rightarrow$ restrição da constante. H(0): exclusão de tendência determinista

7. Outras restrições
$\mathbf{\Pi} = \alpha \cdot \beta'$

$\Delta \mathbf{x}_t = \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Pi}_i \cdot \Delta \mathbf{x}_{t-i} + \alpha \cdot \beta' \cdot \mathbf{x}_{t-p} + \varepsilon_t$
r_1 e β_1,

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta_2 \\ ... \\ \beta_k \end{bmatrix} \text{ e } \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ ... \\ \alpha_k \end{bmatrix}$$

(...)
$* \rightarrow$ restrição em β ou α
Exemplos: β: longo prazo; $\alpha = 0$: exogeneidade fraca

- Exemplo do CATS

  Duas variáveis I(1), pelo menos.

  A. Valor para p ?
  Problema de AR: mais variáveis ou desfasamentos ? Penalização
  Critérios de informação
  LR entre p_0 e p_1, $p_1 = p_0 + 1$
  $p_0 \rightarrow$ desfasamentos $\rightarrow |\hat{\Omega_0}|$
  $p_1 \rightarrow$ desfasamentos $\rightarrow |\hat{\Omega_1}|$
  $LR = (N - c) \cdot \left[\ln |\hat{\Omega_0}| - \ln |\hat{\Omega_1}|\right] \sim \chi^2_{k^2 \cdot (p_1 - p_0)}$

  B. Tipo de modelo ?

  1. Sem componente determinista
  2. Constant no espaço de C-I
  3. Tendência determinista (nos níveis)
  4. Tendência no espaço de C-I
  5. Tendência quadrática nos níveis

  A. e B. não são independentes !

  C. Estabilidade do modelo

  Valores próprios de A: $\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & ... & A_{p-1} & A_p \\ I_k & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & I_k & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & I_k & 0 \end{bmatrix}$
  $\rightarrow$ dentro do círculo unitário
  Calculos recursivo dos valores próprios (e função de verosimilhança)

  D. Interpretação dos β's nos vectores de C-I

P	Q	M	R	
-	+	+	-	(p)
-	+	-	+	(Q)

  E. C-I resumida a uma equação com k variáveis

F. Variáveis exógenas e mudas. As distribuições do Traço e do V.P. máximo

Referências

Andrade, J. S. (2003), "Apontamentos de Econometria Aplicada," Apontamentos, G.E.M.F., Faculdade de Economia, http://www2.fe.uc.pt/ jasa/estudos/econometria2002.pdf.

Aninda Banerjee, Juan Dolado, J. G., e D. Hendry (1993), *Co-Integration, Error Correction and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*. Oxford University Press, Oxford.

Bação, P. (1999), "Nota Sobre a Estimação de Vectores de Cointegração Com Os Programas CATS in RATS, PCFIML e EVIEWS," *Working Paper, 9, GEMF, Faculdade de Economia, Coimbra*, Working Paper, 9.

Becker, W., e W. Greene (2001), "Teaching Statistics and Econometrics to Undergraduates," *Journal of Economic Perspectives*, 15, 169–82.

Campbell, J., e G. Mankiw (1987), "Are Output Flictuations Transitory," *Quarterly Journal of Economics*, 102, 857–80.

Cochrane, J. (1988), "How Big Id the Random Walk in GNP?," *Journal of Political Economy*, 96, 893–920.

Dickey, D., e W. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Time Series Regressions with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, 74 427–31.

Engle, R., e C. Granger (1987), "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, 55, 251–76.

Favero, C. (2001), *Applied Macroeconometrics*. Oxford University Press, Oxford.

Hamilton, J. (1994), *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.

Hansen, H., e K. Juselius (1995), *CATS in RATS, Cointegration Analysis of Time Series*. Estima, Evanston, 1st edn.

Hoffman, D., e R. Rasche (1996), *Aggregate Money Demand Functions, Empirical Applications in Cointegrated Systems*. Kluwer Academic Pub., Boston.

Johansen, S. (1995), *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. Oxford University Press, Oxford.

Maddala, G. S., e I.-M. Kim (1998), *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*. Cambridge University Press, Cambridge.

McCloskey, D., e S. Ziliak (1996), "The Standard Error of Regressions," *Journal of Economic Literature*, XXXIV, 97–114.

Perron, P. (1989), "The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis," *Econometrica*, 57, 1361–1401.

Perron, P. (1997), "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables," *Journal of Econometrics*, 80 355–85.

Phillips, P. (1987), "Time Series Regression with a Unit Root," *Econometrica*, 55 277–301.

Phillips, P., e P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, 75 335–46.

S. Hylleberg, R. Engle, W. G., e B. Yoo (1990), "Seasonal Integration and Cointegration," *Journal of Econometrics*, 44 215–38.

Schmidt, D. K. P. C. B. P. P., e S. Shin (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationary Against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are We That Economic Time Series Have a Unit Root?," *Journal of Econometrics*, 54, 159–78.

Yule, G. U. (1926), "Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Time-Series?," *Journal of the Royal Statistical Society*, 89 2–9, 30–41.