Tomemos um novo modelo com a presença de relações do mercado de trabalho e uma relação de produção.

As equações são as seguintes:

(1) $C - C(Y) = 0$

(2) $I - I(r) = 0$

(3) $Y - C - I - G = 0$

(4) $M - P \cdot L(Y,r) = 0$

(5) $N - N(W,P) = 0$

(6) $W - P \cdot F_N = 0$

(7) $Y - F(N) = 0$

Elas traduzem a função consumo (1), a função de investimento (2), o equilíbrio do rendimento global (3), o equilíbrio monetário (4), a função de oferta de trabalho (5), a função de procura de trabalho (6) e a função de oferta de bens (7).

De notar que a função oferta de trabalho é aqui dada em termos nominais, do salário nominal e dos preços.

As variáveis endógenas aqui presentes são: C, I, Y, r, N, W e P. As exógenas são G e M. O modelo é pois apropriado a:

- ter em conta a produção e o mercado de trabalho numa economia
- usar as despesas do governo e a oferta de moeda como variáveis de política.

A diferenciação implícita deste sistema leva-nos a:

(8) $\partial C/\partial G - C_Y \cdot \partial Y/\partial G = 0$

(9) $\partial I/\partial G - I_r \cdot \partial r/\partial G = 0$

(10) $-\partial C/\partial G - \partial I/\partial G + \partial Y/\partial G - 1 = 0$

(11) $-P \cdot L_Y \cdot \partial Y/\partial G - P \cdot L_r \cdot \partial r/\partial G - L(Y,r) \cdot \partial P/\partial G = 0$

(12) $\partial N/\partial G - N_W \cdot \partial W/\partial G - N_P \cdot \partial P/\partial G = 0$

(13) $-P \cdot F_{NN} \cdot \partial N/\partial G + \partial W/\partial G - F_N \cdot \partial P/\partial G = 0$

(14) $\partial Y/\partial G - F_N \cdot \partial N/\partial G = 0$

Supondo as características para este sistema, já mais acima apontadas, fazendo uso da regra de Cramer chegamos aos seguintes resultados para as variações do rendimento, dos salários e dos preços quando os gastos do governo aumentam (ou diminuem).

Out[8]= $\partial Y/\partial G$

Out[9]= $$\frac{P.L_r F_N (N_P + F_N N_W)}{-P.L_r (-1 + C_Y) F_N (N_P + F_N N_W) + i_r (L - L P.F_{NN} N_W + P.L_Y F_N (N_P + F_N N_W))}$$

Out[12]= $\partial W/\partial G$

Out[13]= $$\frac{P.L_r (F_N + P.F_{NN} N_P)}{-P.L_r (-1 + C_Y) F_N (N_P + F_N N_W) + i_r (L - L P.F_{NN} N_W + P.L_Y F_N (N_P + F_N N_W))}$$

Out[16]= $\partial P/\partial G$

Out[17]= $$\frac{P.L_r (1 - P.F_{NN} N_W)}{-P.L_r (-1 + C_Y) F_N (N_P + F_N N_W) + i_r (L - L P.F_{NN} N_W + P.L_Y F_N (N_P + F_N N_W))}$$

Tenhamos em atenção que o denominador daqueles multiplicadores é negativo. Para uma correcta avaliação dos resultados que obtemos consideremos que $F_{NN}$ tem valores muito reduzidos (ou mesmo o valor zero).

Exercícios que podemos fazer:
- avaliar a reacção do multiplicador salário das despesas governamentais em face de diferentes sensibilidades da procura de moeda à taxa de juro e ao rendimento.
- fazer o mesmo que em cima para a sensibilidade da oferta de trabalho (procura de trabalho) às variações de salários (de preços)
- o mesmo que nas duas questões anteriores estudando o multiplicador, não das despesas governamentais, mas antes o multiplicador da oferta de moeda.

Naquele modelo o comportamento em termos de salários reais não poderia ser feito de forma acessível. Consideremos por isso uma função oferta de trabalho do tipo N-N(W/P)=0. O sistema da diferenciação implícita virá agora dado por:

(15) $\partial C/\partial G - C_Y \cdot \partial Y/\partial G = 0$

(16) $\partial I/\partial G - I_r \cdot \partial r/\partial G = 0$

(17) $-\partial C/\partial G - \partial I/\partial G + \partial Y/\partial G - 1 = 0$

(18) $-P \cdot L_Y \cdot \partial Y/\partial G - P \cdot L_r \cdot \partial r/\partial G - L(Y,r) \cdot \partial P/\partial G = 0$

(19) $\partial N/\partial G - N_{W/P} \cdot 1/P \cdot \partial W/\partial G + N_{W/P} \cdot W/P^2 \cdot \partial P/\partial G = 0$

(20) $-P \cdot F_{NN} \cdot \partial N/\partial G + \partial W/\partial G - F_N \cdot \partial P/\partial G = 0$

(21) $\partial Y/\partial G - F_N \cdot \partial N/\partial G = 0$

O que nos leva aos multiplicadores rendimento, salários e preços das despesas governamentais.

Out[26]= $\partial Y / \partial G$

Out[27]=
$$\frac{P.L_r\, F_N \left(-N_{\frac{W}{P}}.\frac{W}{P^2} + N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, F_N\right)}{L\, i_r - L\, P.F_{NN}\, N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, i_r - F_N \left(-N_{\frac{W}{P}}.\frac{W}{P^2} + N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, F_N\right) \left(P.L_r\, (-1 + C_Y) - P.L_Y\, i_r\right)}$$

Out[30]= $\partial W / \partial G$

Out[31]=
$$\frac{P.L_r \left(-P.F_{NN}\, N_{\frac{W}{P}}.\frac{W}{P^2} + F_N\right)}{L\, i_r - L\, P.F_{NN}\, N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, i_r - F_N \left(-N_{\frac{W}{P}}.\frac{W}{P^2} + N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, F_N\right) \left(P.L_r\, (-1 + C_Y) - P.L_Y\, i_r\right)}$$

Out[34]= $\partial P / \partial G$

Out[35]=
$$\frac{P.L_r \left(1 - P.F_{NN}\, N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\right)}{L\, i_r - L\, P.F_{NN}\, N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, i_r - F_N \left(-N_{\frac{W}{P}}.\frac{W}{P^2} + N_{\frac{W}{P}}.\frac{1}{P}\, F_N\right) \left(P.L_r\, (-1 + C_Y) - P.L_Y\, i_r\right)}$$

Para além dos exercícios anteriores podemos agora levantar a possibilidade de compararmos uns e outros resultados.