

**Apontamentos sobre a presença  
de raízes unitárias  
em séries anuais e trimestrais  
e seus testes.**

João Sousa Andrade <sup>1</sup>  
GEMF - FEUC  
[www2.fe.uc.pt/~jasa](http://www2.fe.uc.pt/~jasa)

---

<sup>1</sup> Agradeço as correcções e comentários da Teresa Pereira.

No texto que se segue iremos recorrer de forma sistemática ao conceito de operador de defasamentos, para o qual utilizamos o símbolo  $L$ . As seguintes operações caracterizam o seu uso:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & L \cdot X_t = X_{t-1} \\ \text{b)} \quad & L^h \cdot X_t = X_{t-h} \\ \text{c)} \quad & \psi^{(k)}(L) \cdot \varepsilon_t = (1 + \psi_1 \cdot L + \psi_2 \cdot L^2 + \dots + \psi_k \cdot L^k) \cdot \varepsilon_t = \\ & = \varepsilon_t + \psi_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \dots + \psi_k \cdot \varepsilon_{t-k} \end{aligned}$$

Como vemos, em c), a forma extremamente condensada da apresentação de um polinómio de defasamentos é de grande utilidade.

A definição de uma variável estacionária (em covariância), tal como  $Y$  em baixo, apresenta um interesse limitado para os economistas.

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \psi_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \dots = \mu + \psi(L) \cdot \varepsilon_t$$

com  $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$  e as raízes de  $\psi(z) = 0$  estando fora do círculo unitário. A variável  $\varepsilon_t$  apresenta as características normais desejadas para essa variável, isto é:

$$\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$$

tem média nula e variância constante.

Utilizaremos a notação  $I(0)$  para designar uma variável estacionária. Esta designação também se pode ser como não sendo necessária qualquer diferenciação para obter uma variável estacionária. Uma variável com raiz unitária, a qual necessita de uma diferenciação para se transformar em variável estacionária será identificada por  $I(1)$ . O que pode ser lido como variável integrada de ordem um.

Apesar das propriedades inegáveis que apresenta, como a sua média não condicional (a) e o valor esperado em qualquer período posterior de tempo (b) virem dados por:

$$\text{(a)} \quad E(Y_t) = \mu$$

$$(b) \quad \hat{Y}_{t+s} = E(Y_{t+s} / Y_t, Y_{t-1}, \dots) \rightarrow \mu.$$

A razão para o desinteresse dos economistas reside no facto de trabalharem com séries que se aproximam mais dos dois casos seguintes:

$$1. \quad Y_t = \mu + \delta \cdot T_t + \psi(L) \cdot \varepsilon_t,$$

onde a variável  $T_t$  representa a tendência e é definida da seguinte forma

$$T_t = t, \text{ com } t = 1, 2, 3, \dots$$

A variável  $Y$  é uma variável estacionária à volta da tendência (trend) como pode ser visto pela diferença

$$(Y_t - \delta \cdot T_t) = \mu + \psi(L) \cdot \varepsilon_t.$$

$$2. \quad (1 - L) \cdot Y_t = \delta + \psi(L) \cdot \varepsilon_t$$

A variável  $Y$  apresenta-se agora com raiz unitária, onde devemos impor que

$$\psi(1) \neq 0, \text{ sendo } \psi(z) = 1 + \psi_1 z^1 + \psi_2 z^2 + \dots \text{ com } \psi(1) = \psi(z=1).$$

O significado do parâmetro  $\delta$  pode ser visto mais à frente, na caixa presente quando estudamos a rácio de Cochrane.

Estes dois tipos de variáveis têm comportamentos muito diferentes em termos de previsão, no que respeita ao MSE (*mean square error*),

$$E[Y_{t+s} - \hat{Y}_{t+s/t}]^2$$

- para um processo estacionário em tendência (1), o MSE tende para um valor finito quando o horizonte se distancia

- para um processo de raiz unitária (2), o MSE eventualmente cresce de forma linear com o horizonte da previsão
- no que respeita a alterações no valor de  $\varepsilon_t$ , as inovações, na primeira variável são estacionárias e anulam-se; nos processos de raiz unitária os seus efeitos são persistentes. Veja-se o exemplo seguinte para o Produto,

$$Y_t = 0,5 + 0,3 \cdot Y_{t-1} + 0,12 \cdot Y_{t-2} - 0,11 \cdot Y_{t-3} - 0,08 \cdot Y_{t-4} + \varepsilon_t$$

Simplificando, de forma a obter a equação do produto estacionário de longo prazo, podemos ver que a variação de uma unidade em  $\varepsilon_t$  leva a uma variação total no produto de

$$\psi(1) = \frac{1}{\phi(1)} \cdot 0,5 = \frac{1}{1-0,3-0,12+0,11+0,08} \cdot 0,5 = 1,3 \cdot 0,5$$

Não temos dúvidas que os efeitos daquela inovação são assim persistentes no valor do produto.

Passemos ao estudo da forma mais divulgada e aceite da presença de raízes unitárias em séries temporais.

### **Testes ADF (Dickey e Fuller aumentado) e Perron.**

Se tivermos um processo gaussiano AR(1),

$$Y_t = \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t,$$

com  $\mu_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\mu^2)$  e onde  $Y_0=0$ ,

o estimador OLS de  $\rho$  virá dado por

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=1}^T Y_{t-1} \cdot Y_t}{\sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2}$$

Quando  $|\rho| < 1$ , teremos

$$\sqrt{T} \cdot (\hat{\rho}_T - \rho) \mapsto \mathcal{N}(0, (1 - \rho^2)),$$

onde  $\mapsto$  significa convergência em distribuição.

Como estamos interessados na presença de uma raiz unitária naquela série, devemos investigar se  $\rho = 1$ .

De notar que, se aquela distribuição também se aplicasse ao caso de  $\rho = 1$ , a variância da sua distribuição ficaria reduzida a zero e, assim, a distribuição resumir-se-ia a um único ponto. Este resultado leva a multiplicar, na sua distribuição, o valor de  $(\hat{\rho} - 1)$  por  $T$  e não por  $\sqrt{T}$ :

$$T \cdot (\hat{\rho} - 1) = \frac{\frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^T Y_{t-1} \cdot Y_t}{\frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2}$$

A distribuição de  $(\hat{\rho} - 1)$  não é a nossa conhecida Normal, mas antes uma rácio que envolve uma  $\chi^2(1)$  no numerador e uma distribuição não estandardizada no denominador.

O teste nulo de  $\rho = 1$  pode ser conduzido via a estimação pontual habitual,

$$t_T = \frac{(\hat{\rho} - 1)}{\hat{\sigma}_\rho}$$

mas apesar de a estatística  $t$  ser calculada na sua forma habitual ela não tem o tipo de distribuição convencional quando  $\rho = 1$ .

As tabelas apropriadas à verificação da hipótese nula encontram-se, por exemplo, nas pp. 762-4 de Hamilton. No que respeita a procedimentos disponíveis para o RATS, o procedimento "adf.src" inclui a função geradora dos valores da estatística, enquanto que o procedimento "uradf.src" apenas tem valores de tabela próximos das observações incluídas no teste.

O procedimento "ppunit.src", sem qualquer opção, apresenta como "Phillips-Perron Test", o valor de  $T \cdot (\hat{\rho} - 1)$  e com a indicação de "ttest", o valor de  $\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_\rho}$ , ainda como "Phillips-Perron Test". O procedimento "adf" também indica o valor de  $\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_\rho}$ , mas agora com indicação do valor crítico associado ao número de observações para o nível de 5%. Os testes mais completos são dados com o procedimento "uradf". Neste procedimento, "Augmented Dickey-Fuller t-test" refere-se a  $\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_\rho}$  e "Augmented Dickey-Fuller Z-test" refere-se a  $T \cdot (\hat{\rho} - 1)$ .

Na análise a fazer, vamos supor que não existe problema de auto-correlação dos desvios. Não esquecendo que isto significa a indicação do número de desfaseamentos a incluir nos respectivos testes ou a adopção de algum critério para a eliminação daquele problema. Os procedimentos "adf" e "uradf" utilizam processos automáticos de eliminação desse problema pela escolha de desfaseamentos apropriados de acordo com algum critério, como por exemplo o "lm", "crit=lmtest,sclags=2", que aplica o teste "lm" à presença de dois desfaseamentos dos desvios. Tomemos os casos a estudar, sabendo que temos várias hipóteses:

$$Y_t = \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t$$

$$Y_t = a + \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t$$

$$Y_t = a + \rho \cdot Y_{t-1} + \delta \cdot T_t + \mu_t$$

onde consideramos sempre  $\mu_t \sim i.i.d. \mathcal{N}(0, \sigma_\mu^2)$ .

Partamos da formulação simples

$$Y_t = a + \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t$$

para fazermos a dedução adequada ao teste de hipótese nula do coeficiente de regressão que nos servirá de base à investigação da raiz unitária. Esta relação, através de manipulação adequada, pode tomar a fórmula:

$$Y_t - Y_{t-1} = a + \rho \cdot Y_{t-1} - Y_{t-1} + \mu_t$$

$$\Delta Y_t = a - (1 - \rho) \cdot Y_{t-1} + \mu_t$$

E finalmente numa forma mais conhecida:

$$\Delta Y_t = a - \beta^* \cdot Y_{t-1} + \mu_t.$$

Tendo em conta a hipótese tomada para os desvios, devemos ainda incluir um número de defasamentos da variável dependente suficiente para garantir essa característica, como indicamos na equação em baixo:

$$\Delta Y_t = a - \beta^* \cdot Y_{t-1} + \phi(L) \cdot \Delta Y_{t-1} + \mu_t.$$

O nosso teste sobre a raiz unitária em Y resume-se a um teste de nulidade aplicado na equação acima, devido à equivalência

$$\beta^* = 0 \Leftrightarrow \rho = 1.$$

Passemos agora a apresentar os diferentes casos que um processo com raiz unitária pode apresentar e que devemos estudar.

Caso 1:

Regressão estimada com base em:

$$Y_t = \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t$$

Processo verdadeiro:

$$Y_t = Y_{t-1} + \mu_t$$

$T \cdot (\hat{\rho} - 1)$  tem a sua distribuição na Tabela B.5, Caso 1, p.762

$\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$  tem a sua distribuição na Tabela B.6, Caso 1, p.763

Caso 2:

Regressão estimada com base em:  $Y_t = a + \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t$

Processo verdadeiro:

$$Y_t = Y_{t-1} + \mu_t$$

$T \cdot (\hat{\rho} - 1)$  tem a sua distribuição na Tabela B.5, Caso 2, p.762

$\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$  tem a sua distribuição na Tabela B.6, Caso 2, p.763

O teste F com base na hipótese conjunta ( $a = 0$  e  $\rho = 1$ ) tem a sua distribuição na Tabela B.7, caso 2, p.764

Caso 3:

Regressão estimada com base em:  $Y_t = a + \rho \cdot Y_{t-1} + \mu_t$

Processo verdadeiro:

$$Y_t = a + Y_{t-1} + \mu_t$$

Neste caso  $a \neq 0$ .



$\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$  tem a sua distribuição aproximada pela  $N(0,1)$ .

Caso 4:

Regressão estimada com base em:  $Y_t = a + \rho \cdot Y_{t-1} + \delta \cdot t + \mu_t$

Processo verdadeiro:  $Y_t = a + Y_{t-1} + \mu_t$

$T \cdot (\hat{\rho} - 1)$  tem a sua distribuição na Tabela B.5, Caso 4, p.762

$\frac{\hat{\rho}-1}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}}}$  tem a sua distribuição na Tabela B.6, Caso 4, p.763

O teste F com base na hipótese conjunta ( $\delta = 0$  e  $\rho = 1$ ) tem a sua distribuição na Tabela B.7, Caso 4, p.764

Bibliografia utilizada:

Fuller, *Introduction to Statistical Time Series*, New York, Wiley, 1976.

Dickey and Fuller, "Distribution of the Estimators for Time Series Regressions with a Unit Root", *J.A.S.A.*, 1979, pp 427-431.

Davidson and MacKinnon, *Estimation and Inference in Econometrics*, London, Oxford University Press, 1993.

Hamilton, *Time Series Analysis*, Princeton, 1994.

Maddala and Kim, *Unit Roots Cointegration and Structural Change*, C.U.P., Cambridge, 1998.

Phillips, "Time Series Regressions with a Unit Root", *Econometrica*, 1987, pp. 277-301

Phillips and Perron, "Testing for a Unit Root in Time Series Regressions", *Biometrika*, 1988.

NOTA: As tabelas a que são feitas referências estão no livro de Hamilton.

### **O Estudo de Raízes Unitárias em Séries Trimestrais**

O economista defronta com frequência a necessidade de conhecer as características de séries trimestrais quanto à presença de raízes unitárias. Como iremos ver essas raízes podem ser de vários tipos o que vai ditar a forma da sua transformação para a obtenção de séries estacionárias.

Hylleberg, Engle, Granger e Yoo, (HEGY), propuseram a análise de uma série  $Y$  gerada pelo seguinte processo:

$$A(L) \cdot Y_t = \varepsilon_t$$

com  $A(L)$  de ordem quatro de forma que

$$(1 - a_1 \cdot L) \cdot (1 + a_2 \cdot L) \cdot (1 - a_3 \cdot i \cdot L) \cdot (1 + a_4 \cdot i \cdot L) \cdot Y_t = \varepsilon_t$$

Fazendo o desenvolvimento da expressão acima como função de  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  e  $\alpha_4$  e através da aproximação em série de Taylor à volta do ponto  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$ , chegamos à equação

$$(1 - L^4)Y_t = \gamma_1(1 + L + L^2 + L^3)Y_{t-1} - \gamma_2(1 - L + L^2 - L^3)Y_{t-1} + (1 - L^2)(\gamma_5 - \gamma_6 L)Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Forma praticamente apta a ser convenientemente estimada. O primeiro passo levamos a transformar as variáveis de forma a obtermos as seguintes variáveis transformadas:

$$Y_{1,t-1} = (1 + L + L^2 + L^3)Y_{t-1} = Y_{t-1} + Y_{t-2} + Y_{t-3} + Y_{t-4}$$

$$Y_{2,t-1} = (1 - L + L^2 - L^3)Y_{t-1} = Y_{t-1} - Y_{t-2} + Y_{t-3} - Y_{t-4}$$

$$Y_{3,t-1} = (1 - L^2)Y_{t-1} = Y_{t-1} - Y_{t-3}$$

$$Y_{3,t-2} = Y_{t-2} - Y_{t-4}$$

O segundo passo consiste em estimar

$$(1 - L^4)Y_t = \gamma_1 Y_{1,t-1} - \gamma_2 Y_{2,t-1} + \gamma_5 Y_{3,t-1} - \gamma_6 Y_{3,t-2} + \varepsilon_t$$

Esta última equação poderá incluir constante, *trend* e variáveis mudas sazonais e, não esqueçamos, deve ser estimada com inclusão de valores desfasados da variável dependente de forma a anular a auto-correlação dos desvios.

Vejamos o significado daqueles coeficientes, com indicação do nome da variável incluída no procedimento "hegy.src"

$$\gamma_1 = 0 [= PI1] \text{ raiz unitária não sazonal, } [Y_t - Y_{t-1} \sim I(0)]$$

$$\gamma_2 = 0 [= PI2] \text{ raiz unitária de frequência semi-anual } [Y_t - Y_{t-2} \sim I(0)]$$

...mas também  $[Y_t + Y_{t-1} \sim I(0)]$

$$\gamma_5 = \gamma_6 = 0 [= PI3 = PI4 = (F34)] \text{ raiz unitária de frequência anual, } [Y_t - Y_{t-4} \sim I(0)]$$

... mas também  $[Y_t + Y_{t-2} \sim I(0)]$

$$F1234 = 0 \text{ raiz unitária sazonal } [Y_t - Y_{t-4} \sim I(0)]$$

Como vemos não se trata afinal de estudar a presença de “uma” raiz unitária, mas da possibilidade de vários tipos de raiz unitárias. E da não exclusão de um certo tipo de raiz unitária resultará uma forma de diferenciação conducente à obtenção de uma nova variável estacionária.

---

**Bibliografia utilizada:**

- E. Ghysels, H. Lee, and J. Noh, "Testing for unit Roots in Seasonal Time Series ", *Journal of Econometrics*, 62, pp. 415-442. (1994).
- S. Hylleberg, R. Engle, W. Granger, and B. Yoo "Seasonal Integration and Cointegration", *Journal of Econometrics*, 44, pp. 215-238. (1990).
- O procedimento "hegy.src" foi escrito por Suliman Al-Turki. O Pedro Bação actualizou o output do procedimento.
-

## A Rácio de Cochrane e a Análise da Persistência das Inovações

Antes de apresentarmos a rácio proposta por este autor chamemos a atenção que um processo do tipo  $Y_t = \beta + a \cdot T_t$ , onde para simplificar evitamos o termo de erro, quando transformado em primeiras diferenças surge como  $\Delta Y_t = a$ . Em termos dos fenómenos que mais utilizamos, podemos pois dizer que se a taxa de crescimento de uma dada variável for constante, então essa variável segue uma tendência determinística.

Tomemos a seguinte definição para a variável Y

$$\Delta Y_t = a + \mu_t$$

com

$$\mu_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \cdot \varepsilon_{t-j}.$$

Se Y for estacionária em tendência, uma inovação não terá efeitos permanentes sobre os seus valores futuros. Nesse caso, e em termos da sua derivada

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\partial Y_{t+s}}{\partial \varepsilon_t} = \psi(1) \text{ sendo } \psi(1) = 0.$$

Cochrane explorou esta característica e procurou medir a presença dos efeitos da inovação na série.

Começemos por ver a alteração em Y passados s períodos depois de uma inovação

$$Y_{t+s} - Y_t = a \cdot s + \underbrace{\mu_{t+s} + \mu_{t+s-1} + \dots + \mu_{t+1}}_{\text{Erros acumulados}}$$

e, assim:

$$\frac{Y_{t+s} - Y_t}{s} = a + s^{-1} \cdot (\mu_{t+s} + \mu_{t+s-1} + \dots + \mu_{t+1})$$

valor da média de  $s$  observações de  $\mu$

Como indicamos, aquela segunda parcela representa uma média de  $s$  observações aleatórias da variável  $\mu$  que apresenta a seguinte propriedade:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot Var(\dots) = \sigma^2[\psi(1)]^2$$

O estimador  $\alpha$  vem dado, como é normal, por

$$\hat{\alpha} = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T (Y_t - Y_{t-1}) .$$

A estimativa da variância da diferença entre o valor encontrado por  $Y$  em  $t+s$  e em  $t$  virá dada por

$$\hat{\mathcal{J}}_T(s) = \frac{\sum_{t=0}^{T-s} (Y_{t+s} - Y_t - \hat{\alpha} \cdot s)^2}{T}$$

Para valores de  $T$  suficientemente grandes obteremos

$$\mathcal{J}(s) = E(Y_{t+s} - Y_t - a \cdot s)^2 = E(\mu_{t+s} + \mu_{t+s-1} + \dots + \mu_{t+1})^2$$

$$\Rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \cdot \mathcal{J}(s) = \sigma^2[\psi(1)]^2$$

Cochrane propôs-se calcular  $\hat{\mathcal{J}}_T(s)$  para diferentes valores de  $s$ . A característica interessante nesta estatística é que se a variável  $Y$  for estacionária, ou estacionária à volta de uma tendência, aquele valor cai para zero para valores elevados de  $s$ .

Esta estatística obriga a que os valores de  $s$  sejam bastante mais pequenos que os de  $T$ . O que por vezes é difícil nas séries que dispomos. Ao mesmo tempo, se  $Y$  é  $I(1)$ , aqueles valores dão-nos a importância dos efeitos permanentes da inovação à medida que o tempo passa.

Por vezes é usada a seguinte simbologia  $A(1) = \psi(1)$  e  $V(k) = \mathcal{F}(s)$ . Nesta nova simbologia, um valor de  $A(1) = 0,32$  para  $k = 100$  significa que 100 períodos após a existência de uma inovação de 1% a variável ainda retém 0,32%.

---

**Bibliografia utilizada:**

- J. Cochrane, "How big is the random walk in GNP?", *Journal of Political Economy*, 1988, 96, 5, pp. 893-920.
- J. Campbell and G. Mankiw, "Are output fluctuations transitory", *Quarterly Journal of Economics*, 1987, 102, 4, pp. 857-80.
-

### **Exemplificação dos testes de raiz unitária**

Vamos utilizar os conceitos acima apresentados aplicando-os à série do produto industrial alemão (índice geral), de 1962-Janeiro a 1998-Março. A programação foi feita no RATS. Incluímos os gráficos e ainda outros resultados. Estes últimos, para que sejam facilmente identificáveis, estão em caracteres mais reduzidos. Assim, podemos distinguir "inputs" e "output" do RATS.

Começámos por fazer dois gráficos, um com a variável em logaritmos de níveis e outro com as taxas de crescimento anuais, calculadas como diferenças sazonais do logaritmo das variáveis ( $\log Y_t - \log Y_{t-12}$ ). Não temos dúvidas que se uma das variáveis for  $I(0)$  ela deverá ser a última. A variável em níveis não é mesmo estacionária à volta de uma tendência -como pode experimentar ao incluir a opção "det=trend" no procedimento URADF aplicado a "lipi"-.

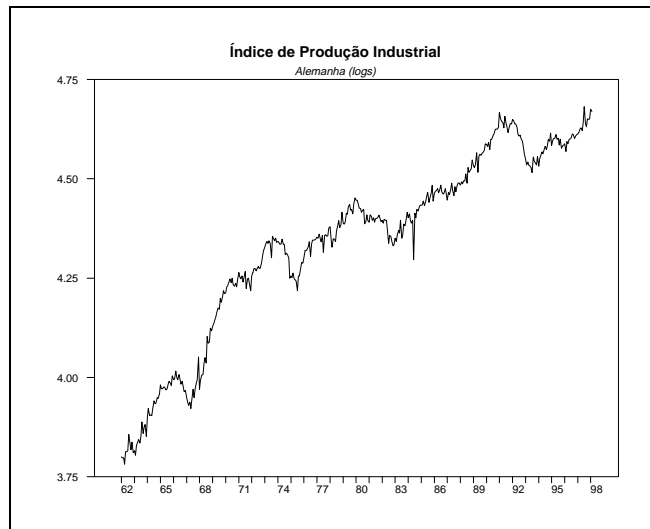
Utilizámos para o teste ADF, para excluir o problema de auto-correlação dos desvios, um teste LM aplicado a doze e dois desfasamentos, para níveis e taxas, respectivamente. Para que se tornasse visível o cálculo feito nos procedimentos reproduzimos os modelos lineares que nos conduzem aos resultados em termos do "t-test" de ADF.

Não apenas o teste "t" como o teste "Z" nos indicam que será a série das taxas que deverá ser tomada como estacionária, devido à exclusão da hipótese de raiz unitária. O teste KPSS, que testa a hipótese nula da estacionaridade, conduz para a variável em níveis à sua exclusão. Quanto à variável em taxas, a hipótese de estacionaridade não pode ser excluída.

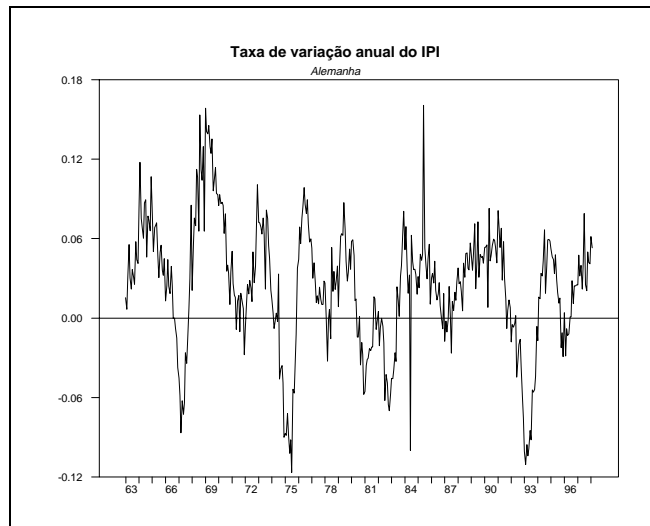
O último teste que aplicámos foi o da rácio de Cochrane nas suas duas versões, de Campbell e Mankiw e de Cochrane. O valor máximo da janela,  $k$  ou  $s$ , que escolhemos foi de 100. Incluímos as figuras de  $A(l)$ ,  $[\psi(1)]$ , e de  $V(k)$ ,  $[\mathcal{J}(s)]$ . A tendência para zero parece-nos óbvia. No último caso, o valor de  $V$  é de 0,087. O valor de  $A(l)=0,32$  significa que uma inovação de 1% no valor da taxa ainda influência (de forma permanente) em 0,32% o valor desta taxa 100 meses mais tarde.



```
cal 62 1 12
all 0 98:4
open data c:\oecd\deuoecd.rat
data(format=rats) / deuipmix
set lipi = log(deuipmix)
graph(header='Índice de Produção Industrial',subheader='Alemanha (logs)' 1
# lipi
```



```
diff lipi / dlipi
diff(sdiffs=1) lipi / d4lipi
graph(header='Taxa de variação anual do IPI',subheader='Alemanha') 1
# d4lipi
```



\*

```
source(noecho) c:\winrats\uradf.src
```

```
source(noecho) c:\winrats\kpss.src
```

\*

```
@uradf(cri=lmtest,sclags=12) lipi
```

```

*****
* TESTING THE NULL HYPOTHESIS OF A UNIT ROOT IN LIPI
*   Using data from 62:01 to 98:02
*   Choosing the optimal lag length for the ADF regression
*   by adding lags until a Lagrange Multiplier test fails to
*   reject no residual serial correlation at level 0.050.
*****
*****
* Augmented Dickey-Fuller t-test with 2 lags:   -2.3224
*      1%      5%      10%
*     -3.44   -2.87   -2.57
*
* Augmented Dickey-Fuller Z-test with 2 lags:   -2.2041
*      1%      5%      10%
*    -20.5   -14.0   -11.2
*
* Coefficient and T-Statistic on the Constant:
*      0.03859    2.5290
*
* Joint test of a unit root and no constant:    10.3324
*      1%      5%      10%
*      6.47    4.61    3.79
*****

```

```

lin(noprint) dlipi
# constant lipi{ 1 } dlipi{ 1 to 2 }
sum
# constant
sum
# lipi{ 1 }

```

```

Summary of Linear Combination of Coefficients
Constant
Value      0.038594720584  t-Statistic    2.52900
Standard Error 0.015260876337  Signif Level   0.01179795
Summary of Linear Combination of Coefficients
LIPI      Lag(s) 1
Value     -0.00815172336  t-Statistic    -2.32242
Standard Error 0.00351001150  Signif Level   0.02067963

```

```
@uradf(cri=lmtest,sclags=2) d4lipi
```

```

*****
* TESTING THE NULL HYPOTHESIS OF A UNIT ROOT IN D4LIPI
*   Using data from 63:01 to 98:02
*   Choosing the optimal lag length for the ADF regression
*   by adding lags until a Lagrange Multiplier test fails to
*   reject no residual serial correlation at level 0.050.
*****
*****
* Augmented Dickey-Fuller t-test with 21 lags:   -4.5932
*      1%      5%      10%
*     -3.44   -2.87   -2.57

```

```

*
* Augmented Dickey-Fuller Z-test with 21 lags: 428.4992
*      1%      5%      10%
*      -20.5   -14.0   -11.2
*
* Coefficient and T-Statistic on the Constant:
*      0.00367   2.8361
*
* Joint test of a unit root and no constant: 10.5490
*      1%      5%      10%
*      6.47   4.61   3.79
*****

```

```

diff d4lipi / dd4lipi
lin(noprint) dd4lipi
# constant d4lipi{1} dd4lipi{1 to 21}
sum
# constant
sum
# d4lipi{1}

```

```

Summary of Linear Combination of Coefficients
Constant
Value      0.003671359944  t-Statistic      2.83610
Standard Error 0.001294510208  Signif Level      0.00481318
Summary of Linear Combination of Coefficients
D4LPI      Lag(s) 1
Value      -0.16210057645  t-Statistic      -4.59325
Standard Error 0.03529105450  Signif Level      0.00000596

```

```

*
*
@kps(lmax=8) lipi
ETA(mu) Values:

```

```

Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01
Critical Value: 0.347 0.463 0.574 0.739
For lag parameter l = 0  ETA(mu) = 38.29899
For lag parameter l = 1  ETA(mu) = 19.26153
For lag parameter l = 2  ETA(mu) = 12.89371
For lag parameter l = 3  ETA(mu) = 9.70552
For lag parameter l = 4  ETA(mu) = 7.79213
For lag parameter l = 5  ETA(mu) = 6.51623
For lag parameter l = 6  ETA(mu) = 5.60473
For lag parameter l = 7  ETA(mu) = 4.92112
For lag parameter l = 8  ETA(mu) = 4.38940

```

```

ETA(tau) Values:

```

```

Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01
Critical Value: 0.119 0.146 0.176 0.216
For lag parameter l = 0  ETA(tau) = 5.86636
For lag parameter l = 1  ETA(tau) = 2.98346
For lag parameter l = 2  ETA(tau) = 2.00624

```

For lag parameter l = 3    ETA(tau) =    1.51472  
 For lag parameter l = 4    ETA(tau) =    1.21987  
 For lag parameter l = 5    ETA(tau) =    1.02330  
 For lag parameter l = 6    ETA(tau) =    0.88299  
 For lag parameter l = 7    ETA(tau) =    0.77794  
 For lag parameter l = 8    ETA(tau) =    0.69627

@kpss(lmax=8) d4lipi  
 ETA(mu) Values:

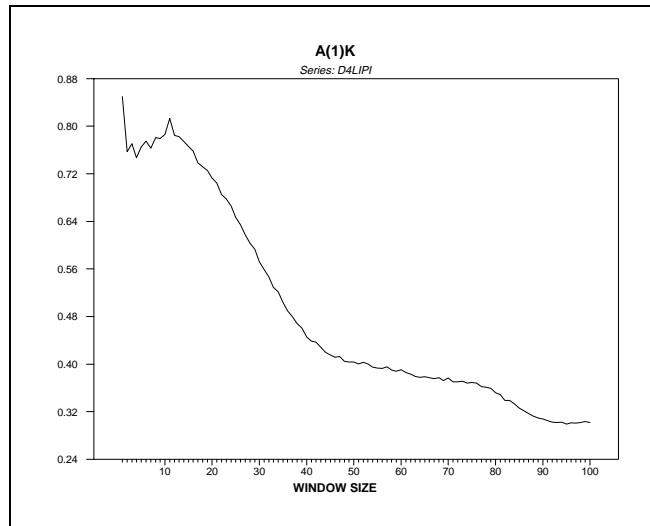
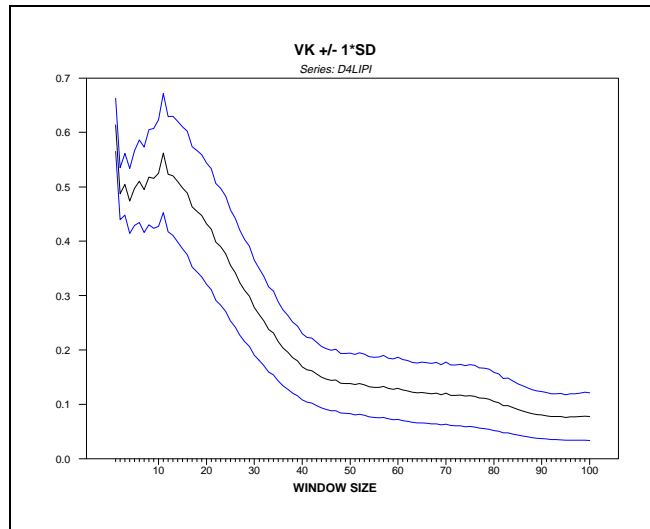
Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01  
 Critical Value: 0.347 0.463 0.574 0.739  
 For lag parameter l = 0    ETA(mu) =    2.66839  
 For lag parameter l = 1    ETA(mu) =    1.43567  
 For lag parameter l = 2    ETA(mu) =    0.98996  
 For lag parameter l = 3    ETA(mu) =    0.76013  
 For lag parameter l = 4    ETA(mu) =    0.62260  
 For lag parameter l = 5    ETA(mu) =    0.53099  
 For lag parameter l = 6    ETA(mu) =    0.46650  
 For lag parameter l = 7    ETA(mu) =    0.41909  
 For lag parameter l = 8    ETA(mu) =    0.38283

ETA(tau) Values:

Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01  
 Critical Value: 0.119 0.146 0.176 0.216  
 For lag parameter l = 0    ETA(tau) =    0.53761  
 For lag parameter l = 1    ETA(tau) =    0.29060  
 For lag parameter l = 2    ETA(tau) =    0.20090  
 For lag parameter l = 3    ETA(tau) =    0.15455  
 For lag parameter l = 4    ETA(tau) =    0.12682  
 For lag parameter l = 5    ETA(tau) =    0.10836  
 For lag parameter l = 6    ETA(tau) =    0.09538  
 For lag parameter l = 7    ETA(tau) =    0.08587  
 For lag parameter l = 8    ETA(tau) =    0.07862

source(noecho) c:\winrats\cochrane.src  
 source(noecho) c:\winrats\cochran2.src  
 \*

@cochrane(kmax=100) d4lipi \* \*  
 COCHRANE procedure. Written by Paco Goerlich  
 COCHRANE (1988 - JPE) MEASURE OF PERSISTENCE: VK  
 AS CALCULATED BY CAMPBELL & MANKIW (1987 - QJE) Formula (6)  
 CALCULATIONS ARE BIASED CORRECTED BY FACTOR: NOBS/(NOBS-K)  
 Window size = 99    V 0.07833    Asymptotic SD 0.04408  
                   A1 0.30361  
 Window size = 100    V 0.07747    Asymptotic SD 0.04382  
                   A1 0.30193



@cochran2(kmax=100) d4lipi

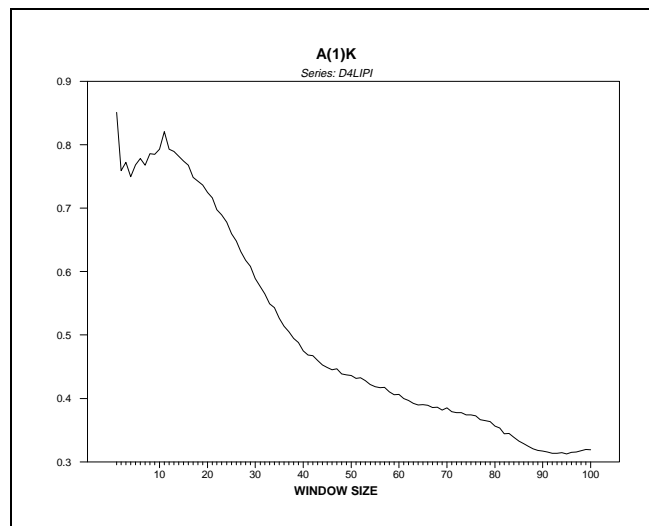
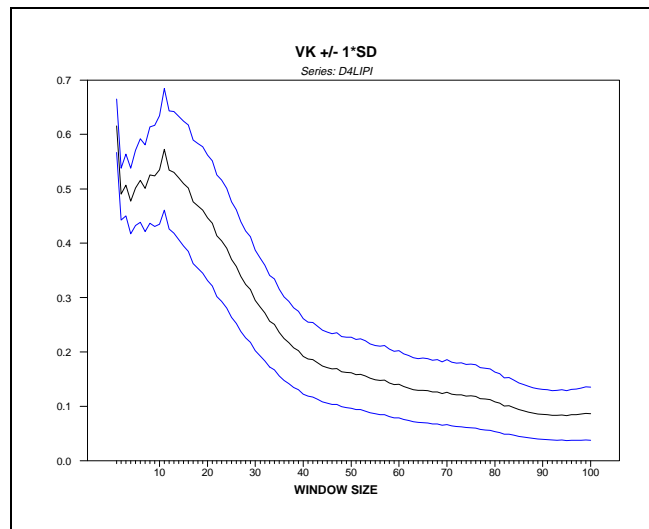
Procedure COCHRAN2. Written by Paco Goerlich

COCHRANE (1988 - JPE) MEASURE OF PERSISTENCE: VK

CALCULATIONS ARE BIASED CORRECTED BY FACTOR: NOBS/(NOBS-K)

Window size = 99    V 0.08706    Asymptotic SD 0.04899  
                          A1 0.31993

Window size = 100    V 0.08658    Asymptotic SD 0.04897  
                          A1 0.31905



Apresentemos finalmente o procedimento HEGY para variáveis trimes-  
trais. O significado de None; I only; I, SD; I, Tr; e I, SD, Tr é o seguinte:

I, SD, Tr - presença de constante e variáveis mudas sazonais e tendência

I, Tr - presença de constante e tendência

I, SD - presença de constante e variáveis mudas sazonais

I - presença apenas de constante

None - nenhuma das variáveis acima.

@hegy(lag=3) u 1983:1 \*

\*Testing for Seasonality in U. Sample from 1983:01 to 1998:04, for a total of 64 Observations.

*	PI1	PI2	PI3	PI4	F34	F234	F1234	Lags	AR(1-4)
*None	-1.346	-3.184	-1.381	-0.474	1.062	4.461	3.894	3	0.601[0.664]
*CV5%,100	-1.97	-1.92	-1.90	-2.01*2.00	3.12	2.76	2.55		
*I only	-2.107	-3.997	-1.674	-0.934	1.836	7.630	7.319	3	0.518[0.723]
*CV5%,100	-2.88	-1.95	-1.90	-1.99*1.97	3.08	2.74	3.37		
*I,SD	-2.187	-3.625	-2.403	-2.289	5.376	10.975	9.968	3	1.494[0.221]
*CV5%,100	-2.95	-2.94	-3.44	-2.32*2.29	6.57	6.05	5.74		
*I,Tr	-2.201	-3.897	-1.649	-0.937	1.797	7.275	7.431	3	0.879[0.484]
*CV5%,100	-3.47	-1.94	-1.89	-1.97*1.98	2.98	2.76	4.26		
*I,SD,Tr	-2.424	-2.802	-2.230	-1.456	3.489	6.145	7.179	3	2.514[0.058]
*CV5%,100	-3.53	-2.94	-3.48	-2.32*2.28	6.60	5.99	6.47		

\*

\* Neste caso temos uma raiz não sazonal e uma com frequência anual

\*Testing for Seasonality in U. Sample from 1974:01 to 1998:04, for a total of 100 Observations.

*	PI1	PI2	PI3	PI4	F34	F234	F1234	Lags	AR(1-4)
*None	-0.659	-3.880	-1.850	-2.133	3.972	8.493	6.514	3	1.832[0.131]
*CV5%,100	-1.97	-1.92	-1.90	-2.01*2.00	3.12	2.76	2.55		
*I only	-1.532	-3.786	-1.886	-2.125	4.024	8.280	7.062	3	2.140[0.084]
*CV5%,100	-2.88	-1.95	-1.90	-1.99*1.97	3.08	2.74	3.37		
*I,SD	-1.460	-4.085	-2.985	-3.504	10.557	15.768	12.812	3	0.938[0.447]
*CV5%,100	-2.95	-2.94	-3.44	-2.32*2.29	6.57	6.05	5.74		
*I,Tr	-2.009	-3.761	-1.910	-1.996	3.803	8.056	7.494	3	1.801[0.137]
*CV5%,100	-3.47	-1.94	-1.89	-1.97*1.98	2.98	2.76	4.26		
*I,SD,Tr	-1.885	-4.067	-2.981	-3.324	9.914	15.204	13.078	3	0.713[0.586]
*CV5%,100	-3.53	-2.94	-3.48	-2.32*2.28	6.60	5.99	6.47		

\*

\* Apenas temos uma raiz não sazonal !

## **Teste de Perron a alterações estruturais em séries estacionárias à volta de uma tendência**

Apresentação da análise de *Pierre Perron*, "Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables", *Journal of Econometrics*, 80, 1997, pp. 355-385

O procedimento (do RATS) para o teste de determinação endógena de alteração de estrutura deve-se a *G. Colletaz e F. Serranito*, Laboratoire d'Économie d'Orleans.

Objectivo: estudo da raiz unitária em variáveis com tendência. Hipótese nula: presença de raiz unitária.

Problema que procura resolver: de facto a variável é estacionária à volta de uma tendência tendo sofrido um choque o que nos vai levar a deduzir erradamente que tem raiz unitária.

Processo de resolver o problema: determinar endogenamente o período do choque, sendo este previamente definido

Tipos de choque que o podemos admitir à partida:

model=a01, alteração na intersecção

model=a02, alteração na intersecção e na inclinação

model=a0, alteração na inclinação não havendo discontinuidade na curva de tendência

No modelo a estimar a presença dos desfasamentos das diferenças da variável a estudar, de ordem  $k$ , será escolhida, tendo em conta que o valor de  $t$  leva a excluir a hipótese nula do último coeficiente e a não excluir a do coeficiente seguinte ( $k+1$ ).



O nível de significância que utilizaremos será de 5%.

O método de determinação endógena do período da ruptura obedece ao princípio de pesquisa do valor que corresponde ao valor de  $t_{\alpha=1}$  mínimo. Uma vez que o teste se destina a levantar a hipótese de uma série aparentemente de raiz unitária ser de facto estacionária, ele é de facto robusto na exclusão dessa hipótese de raiz unitária.

No procedimento acima será preferível para cada variável fazer:

@perron97(model=io1,signif=.05); @perron97(model=io2,signif=.05);

@perron97(model=ao,signif=.05);

### **Leitura dos resultados:**

em primeiro lugar temos a informação da ruptura da série, ou do choque nela verificado. Depois devemos olhar para o valor de  $t$  associado a  $\alpha$  igual à unidade. Um valor superior ao valor crítico (por exemplo de 5%) significa a exclusão dessa hipótese nula e portanto a variável é estacionária.

De notar que ainda assim devemos olhar para o valor do  $t$  associado ao *trend*. Se este último não excluir a hipótese nula não há razão alguma para tomarmos este tipo de procedimento que supõe a presença de tendência na variável.

Portanto, apenas devemos reter a hipótese de variável estacionária à volta de uma tendência com rupturas temporais se a existência dessa tendência for um facto, de outra forma este procedimento não deve ser utilizado.

Não esqueçamos também que este teste deve ser ensaiado para o caso de termos chegado à conclusão, com outros métodos que a variável tinha raiz unitária.

### **Modelos estimados:**

- para o primeiro caso o modelo considerado é o seguinte:

$$y_t = \mu + \Theta \cdot DU_t + \beta \cdot T_t + \delta \cdot DTB_t + \alpha \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \cdot \Delta y_{t-i} + e_t$$

onde tomamos

$$\begin{array}{llll} DU_t = 0 & \text{para } t \leq TB & DTB_t = 1 & \text{para } t = TB + 1 \\ DU_t = 1 & \text{para } t > TB & DTB_t = 0 & \text{para } t > TB + 1 \\ & & DTB_t = 0 & \text{para } t < TB \end{array} \quad \text{e}$$

- para o segundo caso o modelo vem agora:

$$y_t = \mu + \Theta \cdot DU_t + \beta \cdot T_t + \gamma \cdot DT_t + \delta \cdot DTB_t + \alpha \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \cdot \Delta y_{t-i} + e_t$$

onde tomamos

$$\begin{array}{llll} DU_t = 0 & \text{para } t \leq TB & DTB_t = 1 & \text{para } t = TB + 1 \\ DU_t = 1 & \text{para } t > TB & DTB_t = 0 & \text{para } t > TB + 1 \\ & & DTB_t = 0 & \text{para } t < TB \end{array} \quad ,$$

e ainda

$$\begin{array}{ll} DT_t = 0 & \text{para } t \leq TB \\ DT_t = T_t - TB & \text{para } t > TB \end{array}$$

- finalmente para o terceiro caso considerado, temos um processo em duas etapas

na primeira temos:

$$y_t = \mu + \beta \cdot T_t + \gamma \cdot DT_t + \tilde{y}_t$$

e na segunda:

$$\tilde{y}_t = \alpha \cdot \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \cdot \Delta \tilde{y}_{t-1} + e_t \quad .$$

Estas três hipóteses devem ser verificadas uma a uma, naturalmente. De notar que se a variável não apresenta qualquer *trend* (não excluimos a hipótese nula do coeficiente associa-

do a  $T_1$ ), então não devemos continuar com os testes de  $\alpha=1$ , de investigação de raiz unitária.

As distribuições apropriadas, a cada uma das formas de detectar endogenamente a ruptura temporal, e aplicadas a  $t_{\alpha=1}$ , encontram-se no artigo de Perron, pp. 362-3.

No caso de os testes aqui apresentados os indicarem a exclusão da raiz unitária ( $H(0)$ ), então devemos ter algum cuidado com o tipo de ruptura que retemos. O nosso conhecimento da variável em estudo deve nessa altura ser utilizado. Se os três tipos de modelos nos derem datas de ruptura diferentes, talvez o melhor seja passar ao procedimento exógeno de determinação das possíveis rupturas, com base no período que à partida nos parece ser mais propício a tal fenómeno.